

УДК 621.01

ВИЗНАЧЕННЯ КУТОВОЇ ШВИДКОСТІ РОЛИКА В КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМАХ

Б.С. Стеців, Я.Б. Стеців

Українська академія друкарства,
вул. Під Голоском, 19, Львів, 79020, Україна

В статті розглянуто методу визначення кутової та лінійної швидкостей ролика, остання з яких відповідає швидкості поверхонь в зонах діючих або можливих варіантах контакту. На основі приведених схем кулачкових механізмів і відповідних векторних плани лінійних швидкостей запропоновано вирази для визначення кутових швидкостей ролика при його коченні по відкритому (внутрішньому) профілю пазового кулачка, при коченні ролика по закритому (зовнішньому) профілю дискового пазового кулачка, при коченні ролика в механізмі із поступним штовхачем, при коченні ролика по профілю дискового кулачка з поступним штовхачем, при коченні ролика по зовнішньому профілю кулачка, коромисло якого «оббігає» профіль нерухомого кулачка, а також при поступному штовхачі, який «оббігає» профіль нерухомого кулачка. Приведено фрагмент стенду для експериментальних досліджень руху ролика в двокулачковому механізмі з кінематичним замиканням з датчиком кутової швидкості. Для підтвердження отриманих аналітичних виразів приведено теоретично розрахований і експериментально отриманий графіки зміни інваріантів кутових швидкостей ролика. Запропоновані аналітичні вирази для визначення кутової швидкості ролика на прикладі кулачкових механізмів з пазовими дисковими кулачками, двокулачкових механізмів із кінематичним замиканням в залежності від різних видів навантажувачів. Їх можна використовувати також і під час синтезу механізмів із силовим замиканням ролика на профіль кулачка.

Ключові слова. Кулачок, двокулачковий механізм, кутова швидкість, кінематичне замикання.

Постановка задачі. Механізми з кінематичним замиканням займають чільне місце в вузлах виконавчих органів машин і автоматів. Основним недоліком таких механізмів на думку багатьох конструкторів є вища пара, а саме наявність незначної площинки контакту, яка виникає при дотику поверхні ролика в цій зоні, що викликає значні контактні напруження.

До певного часу цьому явищу не приділяли належної уваги, особливо зважаючи на доцільніше підбирання контактуючих пар і відповідно, окрім вивчення взаємодії двох циліндрів [1] та колеса з рейкою [3] при розгоні та гальмуванні, не розглядали явищ в зоні контакту ролика з криволінійними поверхнями змінної кривини.

Перехід ролика від поверхні однієї стінки пазу, яка має певну лінійну швидкість одного напрямку до іншої з протилежним напрямком, викликає взаємне проковзування до моменту рівності їх лінійних швидкостей. Зважаючи на динаміку роботи, в більшості випадків різниця цих швидкостей значна, що призводить до спрацьовування поверхонь внаслідок сил тертя.

Зважаючи на той факт, що аналітичне визначення кутової швидкості ролика на даний час досліджено недостатньо, дослідженню цього питання присвячена пропонована стаття.

Виклад основного матеріалу. 1. Кутові швидкості ролика в кулачковому механізмі з пазовим кулачком і хитним рухом коромисла.

Зважаючи на схему кулачкового механізму (КМ) і план лінійних швидкостей для випадку кочення по відкритому профілю пазового кулачка (рис.1.), запишемо векторне рівняння:

$$\vec{V}_{A2} = \vec{V}_K + {}_K\vec{V}_A \quad (1)$$

де \vec{V}_{A2} - вектор лінійної швидкості центра ролика відносно осі хитання коромисла;

\vec{V}_K - вектор лінійної швидкості профілю;

${}_K\vec{V}_A$ - вектор лінійної швидкості поверхні ролика відносно центру обертання.

Згідно схеми механізму лінійна швидкість центра ролика відносно осі хитання коромисла буде рівною:

$$V_{A2} = b_k \cdot \frac{\gamma_\Sigma}{\varphi_\epsilon} \cdot \omega_1 \cdot l_k \quad (2)$$

де b_k – позиційний інваріант швидкості;

γ_Σ – кутовий розмах коромисла;

φ_ϵ – фазовий кут віддалення (наближення) КМ;

ω_1 – кутова швидкість кулачка;

l_k – довжина коромисла.

Одночасно лінійна швидкість точки K , яка належить профілю кулачка:

$$V_K = OK \times \omega_1 \quad (3)$$

Із трикутника OAK визначаємо відрізок OK :

$$OK = \sqrt{r_i^2 + r_p^2 - 2 \cdot r_i \cdot r_p \cdot \cos \theta} \quad (4)$$

де r_i – радіус-вектор центральної кривої профілю кулачка;

r_p – радіус ролика;

θ - кут нормалі до профілю.

Обертання ролика навколо своєї осі викликає лінійна швидкість його центра відносно точки K контакту:

$${}_K V_A = \omega_p \cdot r_p \quad (5)$$

Зважаючи на теорему синусів і векторного плану швидкостей, запишемо співвідношення:

$$\frac{V_K}{\sin(\angle ka_2p)} = \frac{V_A}{\sin(\angle kpa_2)} = \frac{V_{A2}}{\sin(\angle a_2kp)}. \quad (6)$$

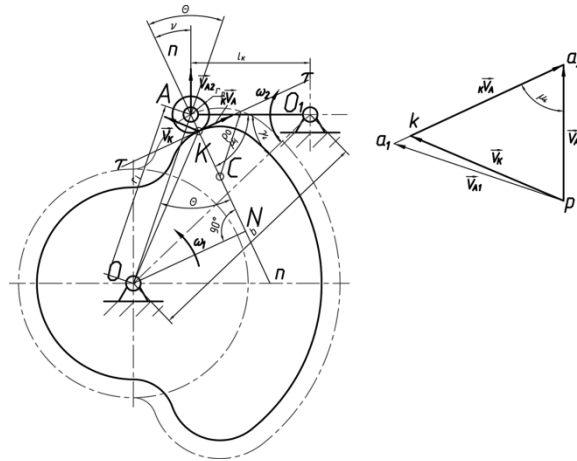


Рис. 1. Схема та план швидкостей у коромисловому КМ при коченні ролика по відкритому профілю пазового кулачка

Згідно виразів (2), (4) і (5) і кута передачі $\angle ka_2p$ отримуємо:

$$\angle ka_2p = \mu_i = \frac{\pi}{2} - \nu_i \quad (7)$$

та відповідно:

$$\frac{\sqrt{r_i^2 + r_p^2 - 2 \cdot r_i \cdot r_p \cdot \cos \theta}}{\sin \mu_i} = \frac{\omega_p \cdot r_p}{\sin(\angle kpa_2)}. \quad (8)$$

де ν_i – кут тиску, а кут $\angle kpa_2 = \pi - \left(\frac{\pi}{2} - \nu_i\right) - \angle a_2kp$.

Здійснивши відповідні перетворення, отримуємо аналітичний вираз для визначення кутової швидкості ролика:

$$\omega_p = \frac{-\omega_i}{r_p} \cdot \left(b_k \cdot \frac{\gamma_{\Sigma}}{\varphi_{\epsilon}} \cdot l_k \cdot \sin \nu_i + \sqrt{r_i^2 + r_p^2 - 2 \cdot r_i \cdot r_p \cdot \cos \theta - \left(b_k \cdot \frac{\gamma_{\Sigma}}{\varphi_{\epsilon}} \cdot l_k \cdot \cos \nu_i \right)^2} \right). \quad (9)$$

У випадку кочення ролика по замикаючому профілю пазового кулачка (рис. 2), за теоремою косинусів визначимо відрізок в точці контакту:

$$OK = \sqrt{r_i^2 + r_p^2 - 2 \cdot r_i \cdot r_p \cdot \cos(\pi - \theta)} = \sqrt{r_i^2 + r_p^2 + 2 \cdot r_i \cdot r_p \cdot \cos \theta} \quad (10)$$

Зважаючи на те, що при коченні ролика по замикаючому профілю кулачка знак кутової швидкості зміниться на протилежний, отримаємо:

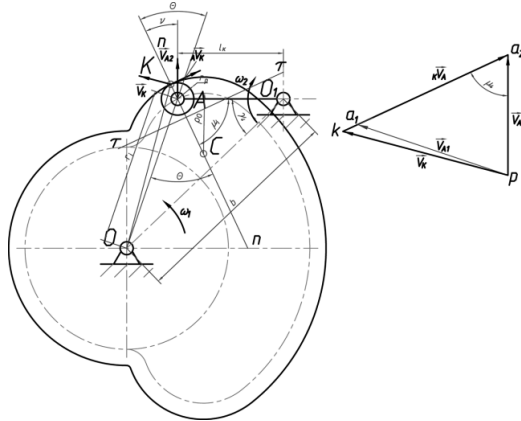


Рис. 2. Схема та план швидкостей у коромисловому КМ при коченні ролика по закритому профілях дискового пазового кулачка

$$\omega_p = \frac{\omega_i}{r_p} \cdot \left(b_k \cdot \frac{\gamma_{\Sigma}}{\varphi_{\sigma}} \cdot l_k \cdot \sin \nu_i + \sqrt{r_i^2 + r_p^2 + 2 \cdot r_i \cdot r_p \cdot \cos \theta} - \left(b_k \cdot \frac{\gamma_{\Sigma}}{\varphi_{\sigma}} \cdot l_k \cdot \cos \nu_i \right)^2 \right). \quad (11)$$

2. *Кутова швидкість ролика в кулачковому механізмі з обертовим кулачком і поступним ексцентрично розташованим штовхачем.*

Згідно векторного рівняння кочення ролика по відкритому профілю (рис. 3), знаходимо лінійну швидкість штовхача:

$$V_{A2} = b_k \cdot \frac{S_{\max}}{\varphi_{\sigma}} \cdot \omega_1; \quad (12)$$

Відповідно отримаємо вираз для визначення кутової швидкості ролика при коченні по внутрішньому профілю кулачка:

$$\omega_p = \frac{-\omega_i}{r_p} \cdot \left(b_k \cdot \frac{S_{\max}}{\varphi_{\sigma}} \cdot \sin \nu_i + \sqrt{r_i^2 + r_p^2 - 2 \cdot r_i \cdot r_p \cdot \cos \theta} - \left(b_k \cdot \frac{S_{\max}}{\varphi_{\sigma}} \cdot \cos \nu_i \right)^2 \right). \quad (13)$$

Для випадку кочення ролика по замикаючому профілю (рис. 4) відрізок OK буде рівним:

$$OK = \sqrt{r_i^2 + r_p^2 - 2 \cdot r_i \cdot r_p \cdot \cos(\pi - \theta)} = \sqrt{r_i^2 + r_p^2 + 2 \cdot r_i \cdot r_p \cdot \cos \theta}$$

З врахуванням виразу (13) та шляхом відповідних перетворень отримаємо:

$$\omega_p = \frac{\omega_i}{r_p} \cdot \left(b_k \cdot \frac{S_{\max}}{\varphi_{\sigma}} \cdot \sin \nu_i + \sqrt{r_i^2 + r_p^2 + 2 \cdot r_i \cdot r_p \cdot \cos \theta} - \left(b_k \cdot \frac{S_{\max}}{\varphi_{\sigma}} \cdot \cos \nu_i \right)^2 \right) \quad (14)$$

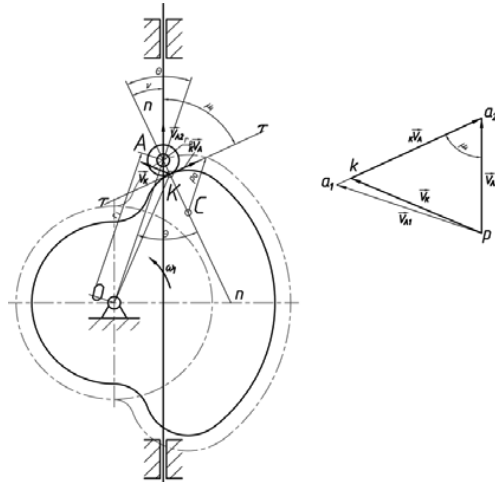


Рис. 3. Схема та план швидкостей у КМ із поступним штовхачем при коченні ролика по профілю дискового кулачка

3. *Кутова швидкість ролика у кулачковому механізмі із нерухомим кулачком і коливним штовхачем, який «оббігає» нерухомий кулачок.*

Векторне рівняння швидкостей в цьому випадку (рис. 5) має наступний вигляд:

$$\vec{V}_K = \vec{V}_{O1} + {}_{O1}\vec{V}_{A2} + {}_A\vec{V}_K; \quad (15)$$

Оскільки кулачок нерухомий, то $\vec{V}_K = 0$, то $0 = \vec{V}_{O1} + {}_{O1}\vec{V}_{A2} + {}_A\vec{V}_K$, а швидкість центра хитання коромисла:

$$V_{O1} = b \cdot \omega_1; \quad (16)$$

де b – базовіддаль кулачкового механізму OO_1 .

Абсолютна швидкість центра ролика відносно центра хитання коромисла:

$${}_{O1}V_{A2} = l_k \cdot (\omega_1 + \omega_2) = \left(1 \pm b_k \cdot \frac{\gamma_\Sigma}{\varphi_\epsilon} \right) \cdot l_k \cdot \omega_1. \quad (17)$$

Знак «+» чи «-» залежать від напрямків кутових швидкостей обертання водила w_1 і коромисла w_2 .

Згідно теореми синусів:

$$\frac{{}_A V_K}{\sin \gamma_i} = \frac{V_0}{\sin \mu_i}. \quad (18)$$

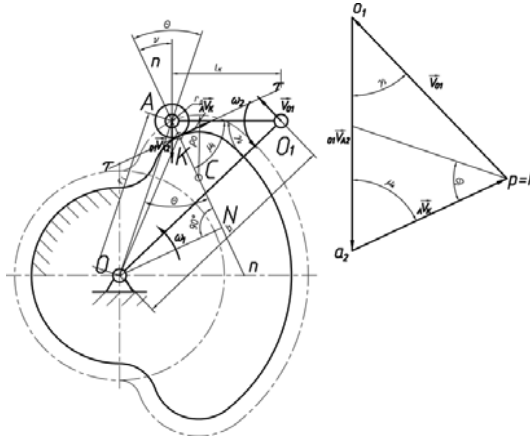


Рис. 5. Схема та план швидкостей у КМ, коромисло якого «оббігає» профіль нерухомого кулачка

Отже, кутова швидкість ролика в цьому випадку буде рівною:

$$\omega_p = \mp \frac{b \cdot \omega_1 \cdot \sin \gamma_i}{\cos \nu_i \cdot r_o} \quad (19)$$

У цьому виразі знак «-» слід вживати в випадку кочення ролика по відкритому, а «+» - по закритому профілю кулачка.

Кутову швидкість ролика можна визначити також на основі теореми косинусів:

$$\omega_p = \mp \frac{\omega_1}{r_p} \cdot \sqrt{b^2 + b_k^2 \cdot \frac{\gamma_\Sigma^2}{\varphi_a^2} \cdot l_\epsilon^2 - 2 \cdot l_\epsilon \cdot b \cdot b_k \cdot \frac{\gamma_\Sigma}{\varphi_a} \cdot \cos \gamma_i} \quad (20)$$

4. Кутова швидкість ролика в кулачковому механізмі з поступним штовхачем, який «оббігає» нерухомий кулачок.

Векторне рівняння має вигляд:

$$\vec{V}_K = \vec{V}_{A1} + {}_{A1}\vec{V}_{A2} + {}_A\vec{V}_K; \quad (21)$$

де \vec{V}_{A1} - швидкість точки A , що належить напрямній штовхача, яка обертається та рівна: $V_{A1} = \omega_1 \cdot r_i$; ${}_{A1}\vec{V}_{A2}$ - вектор швидкості центра ролика відносно цієї напрямної ${}_{A1}V_{A2} = b_k \cdot \frac{S_{\max}}{\varphi_a} \cdot \omega_1$; ${}_A\vec{V}_K$ - швидкість центра ролика відносно точки

контакту із кулачком

Оскільки кулачок нерухомий, то $\vec{V}_K = 0$, отже $0 = \vec{V}_{A1} + {}_{A1}\vec{V}_{A2} + {}_A\vec{V}_K$.

Згідно теореми синусів отримуємо:

$$\frac{V_A}{\sin \mu_i} = \frac{{}_A V_K}{\sin(\pi - \mu_i - \theta_i)} \quad (22)$$

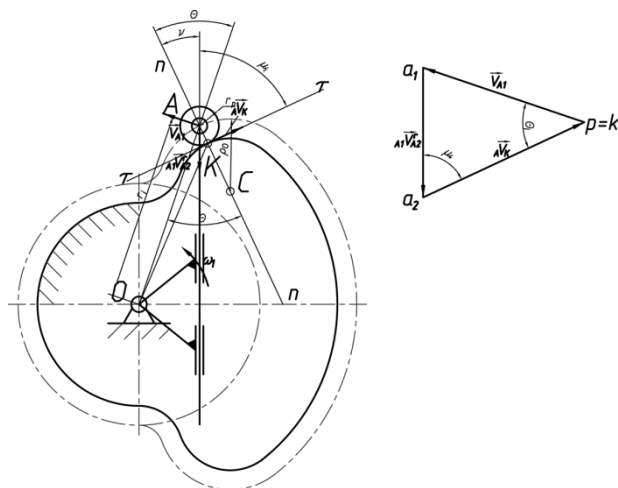


Рис. 6. Схема та план швидкостей КМ при поступному штовхачі, який «оббігає» профіль нерухомого кулачка

Із останньої залежності отримуємо вираз для кутової швидкості ролика:

$$\omega_{\phi} = \mp \frac{r_1 \cdot \omega_1 \cdot \cos(\theta_i - \nu_i)}{\cos \nu_i} \quad (23)$$

Знак « - » відповідає коченню по відкритому, а « + » - по закритому профілях кулачка.

Під час дослідження роботи двокулачкового механізму з кінематичним замиканням на експериментальному на стенді (рис. 7) [2] було здійснено розрахунок кутової швидкості ролика згідно приведених вище виразів для коромислового КМ і її запис для випадку рівних фазових кутів при зустрічному обертанні кулачків.

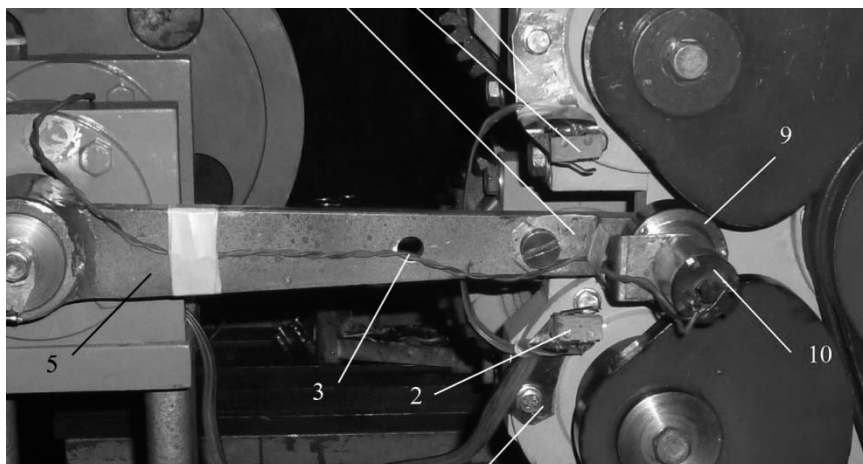


Рис. 7. Фрагмент стенду для досліджень двокулачкового механізму з кінематичним замиканням: 9 - ролик; 10 - датчик кутової швидкості

Отримані результати відображені на рис.8 у вигляді відповідних графіків.

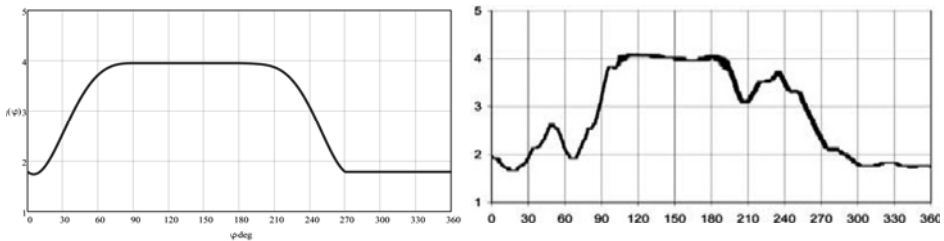


Рис. 8. Теоретично розрахований і експериментально отриманий графіки зміни інваріантів кутових швидкостей ролика для ЗПР «К₀» при рівності фазових кутів

Висновок. Зважаючи на отримані графіки, можна зробити висновок, що виведені вирази можуть бути використані при визначенні кутової швидкості ролика для розрахунку втрат у вищій парі КМ. Наявні відхилення викликані тим, що експеримент проводили при дослідженні двокулачкового механізму з кінематичним замиканням і одностороннім обертанням кулачків, тому в певні моменти виникали коливні процеси при переході ролика з профілю на профіль при фазових кутах віддалення та наближення. Це додатково підтверджує, що запропоновані вирази дійсно описують зміну кутових швидкостей і поведінку ролика. У випадку силового замикання ці процеси відсутні.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Виравов Р. В. Тяговые свойства фрикционных передач – М.: Машиностроение, 1982. – 263 с.
2. Стеців Б. С. Петріашвілі Г. Експериментальні дослідження динаміки однокоромислового двокулачкового механізму із геометричним замиканням // Технологічні комплекси. – Луцьк: Вид-во Луцького національного технічного університету. – 2013. № 2(8). – С. 59–64.
3. Föppl L. Beanspuchung von Schiene und Rad beim Anfahren und Bremsen //Forschung auf dem Gebiet des Ingenierwesens. 7 (1936) 3. – С. 141–147.

REFERENCES

1. Virabov R. V. (1982). Tjagovyje svojstva frikcionnyh peredach – М.: Mashinostroenie. – 263 s. (in Russian)
2. Stetsiv B. S. Petriashvili H. (2013). Eksperymentalni doslidzhennia dynamiky odnokoromyshlovoho dvokulachkovoho mekhanizmu iz heometrychnym zamykanniam // Tekhnolohichni komplekxy. – Lutsk: Vyd-vo Lutskoho natsionalnoho tekhnichnoho univertsytetu. –№ 2(8). – S. 59–64. (in Ukrainian)
3. Föppl L. (1936). Beanspuchung von Schiene und Rad beim Anfahren und Bremsen // Forschung auf dem Gebiet des Ingenierwesens. 7 \3. – P. 141–147. (in German)

DETERMINATION OF ROLLER ANGULAR SPEED IN CAM MECHANISMS

B.S. Stetsiv, Ya.B. Stetsiv

*Ukrainian Academy of Printing, 19, Pid Holoskom St., Lviv, 79020, Ukraine
stetsiv.jaroslav@gmail.com*

The article deals with the method of determining the angular and linear speed of the roller, the latter of which corresponds to the surface speed in zones of active or possible contact variants. Based on the resulted schemes of cam mechanisms and corresponding vectors planes of linear speed, the expressions have been suggested for determining the angular speed of a roller during its rolling on the open (internal) profile of the grooved cam, when rolling the roller on the closed (external) profile of the disk grooved cam, when rolling the roller in the mechanism with a forward pusher, when rolling the roller on the profile of a disk cam with a forward pusher, when rolling the roller on the external profile of the cam, the yoke of which “runs” around the profile of a stationary cam, as well as with a forward pushers which “runs around” a stationary cam profile. The fragment of the stand for experimental research of a roller movement in a two-cam mechanism has been shown with a kinematic closure and with an angular speed sensor. To confirm the obtained analytical expressions, the theoretically calculated and experimentally obtained graphs of the change of the angular speed invariant of the roller have been presented. The analytical expressions for determining the angular speed of a roller on the example of cam mechanisms with grooved disk cams, two-cam mechanisms with a kinematic closure depending on different types of loaders have been suggested. They can also be used during the synthesis of mechanisms with the power closure of the roller on the cam profile.

Keywords: *cam, two-cam mechanism, angular speedy, kinematic closure.*

Стаття надійшла до редакції 5.06.2018

Received 5.06.2018