

ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ НЕСТАЦІОНАРНОЇ ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ НЕОБМЕЖЕНОЇ ПЛИТИ ЩОДО СУШІННЯ ПОЛІГРАФІЧНОЇ ПРОДУКЦІЇ

На основі дослідження нестационарної задачі теплопровідності для нескінченної плити пропонується підхід до вивчення в часі процесів сушіння чи акліматизації поліграфічних матеріалів та напівфабрикатів, який дає можливість оптимізувати ці теплові процеси. Цей підхід може бути використаний в інших поліграфічних технологічних процесах, де використовується теплова енергія.

On the basis of non-stationary thermal conductivity task of the infinite plate, the approach to studying of drying and acclimatization processes of printing materials and semi-finished products in time has been suggested, which gives the possibility to optimize these thermal processes. This approach can be used in other printing technologic processes where thermal energy is used.

1. ВСТУП

Сушінням називається процес видалення вологи з матеріалу шляхом випаровування за рахунок підведеної теплоти [1,15]. У поліграфічній технології сушіння займає важливе місце, оскільки сушіння матеріалів і напівфабрикатів здійснюється на різноманітних етапах обробки продукції.

Процес сушіння – це складний теплофізичний і технологічний процес [8]. Основою теорії сушіння є закономірності переносу тепла і вологи у вологих матеріалах при взаємодії їх з нагрітими газами (конвективне сушіння), з гарячими поверхнями (контактне сушіння), а також в процесах опромінення тепловими і електромагнітними хвилями (радіаційне сушіння) при наявності фазових перетворень. Теорія сушіння є важливим розділом теплофізичної науки про тепло- і масообмін. Проте процес сушіння вологих матеріалів є одночасно і технологічним процесом, в якому міняються структурно-механічні, технологічні і біохімічні властивості матеріалів. Зміна цих властивостей обумовлена тим, що в процесі сушіння відбувається зміна форм зв'язку вологи з матеріалом і її часткове видалення шляхом випаровування. Тому теорія сушіння включає в себе не тільки розділи тепло- і масопереносу в тілі, але і вчення про форми зв'язку вологи з вологими матеріа-

¹ Українська академія друкарства

лами, ряд основних розділів фізико-хімічної механіки і деякі розділи технології і біохімії [8].

В середині ХХ сторіччя були закладені математичні основи теорії сушіння Ликовим А.В., згідно якої процес сушіння матеріалу характеризується зміною в часі трьох основних функцій: 1) температури (температурна крива в залежності від часу), 2) вологовмісту (вологості) матеріалу (крива сушіння в залежності від часу), 3) швидкості сушіння (крива швидкості сушіння) [1,8,15]. Першим кроком для аналізу процесу сушіння є отримання температурних кривих в залежності від часу, на основі яких можна встановити основні закономірності процесу сушіння [8,15]. Далі треба отримати криву вологості в залежності від часу і потім дивитись як вони взаємозв'язано змінюються в часі залежно від швидкості нагріву [1,8]. Важливим етапом розвитку теорії сушіння є встановлення Ликовим А.В. явища термодифузії вологи (термовологопровідність), що послужило основою для створення системи диференціальних рівнянь тепло- і волого (масо) переносу [1,8]. Ця система диференціальних рівнянь знаходиться у повній відповідності з основними положеннями термодинаміки незворотніх процесів, де процеси переносу тепла і вологи (маси) розглядаються в їх нерозривному зв'язку. Ця система була розв'язана для різних умов взаємодії тіл з оточуючим середовищем і сьогодні представляє собою аналітичну теорію взаємозв'язаного тепло- і масопереносу [10]. На початку 70-х років ХХ ст. теорія сушіння Ликова А.В. отримала повне експериментальне підтвердження і, таким чином, отримала своє остаточне завершення [8]. В цій теорії використовуються теорія нестационарної теплопровідності Ликова А.В. [9] та методи теорії узагальнених змінних (теорії подібності) [7,8]. Встановлені основні числа і критерії подібності кінетики і динаміки процесу сушіння, що дозволило більш глибокого розкрити фізичну суть цього процесу.

Було встановлено, що основною причиною утворення тріщин в матеріалі (тобто основною причиною виникнення великих температурних напружень і деформацій) в процесі сушіння є наявність в ньому полів температури і вологовмісту зі значним перепадом (градієнтом) цих величин [8]. Змінюючи градієнти температури і вологовмісту в матеріалі і керуючи, таким чином, механізмом переносу тепла і вологи, можна впливати на фізико-хімічні і біохімічні властивості матеріалу. Правильно організований процес сушіння дає можливість навіть покращити властивості деяких висушувальних матеріалів [8]. Знаючи теоретичний оптимальний режим сушіння, треба обирати тип сушильної установки (сушарки). Існують різні методи сушіння матеріалів [3,8,12,14,15]. Їх вибір залежить від тех-

нології обробки напівфабрикатів і виробів, а також від економічної доцільності даного методу сушіння в конкретних виробничих умовах. Як наслідок, існують різноманітні сушильні установки (пристрої). Метод сушіння і, відповідно, конструкція сушарки визначається оптимальним режимом для даного матеріалу. Неможливо відсторонено від конкретного матеріалу говорити про кращий спосіб сушіння, а також про кращу конструкцію чи тип сушарки. Те, що добре для одного матеріалу, часто є неприйнятним для іншого. Всі вологі матеріали розділяються на три групи: капілярнопористі, колоїдні і капілярнопористі колоїдні тіла [8]. Методи і режими сушіння матеріалів однієї групи при однаковій формі тіл близькі між собою [8]. При такому підході до вибору оптимального режиму сушіння і конструкції сушильного апарату можна з меншою помилкою вибрати найбільш раціональну схему сушильного пристрою.

Запропонована стаття присвячена реалізації першого кроку для аналізу процесу сушіння – знаходженню температурних кривих в залежності від часу для нескінченної пластини (плити). Процес нагрівання матеріалу та виробів у нагрівальних установках складається із зовнішнього та внутрішнього теплообміну (теплопередачі). Обидва процеси відбуваються одночасно і взаємно зв'язані [13]. Теплота, що сприймається зовнішньою поверхнею виробів, які нагріваються, поступово передається всередину матеріалу внаслідок його теплопровідності та різниці температур поверхні і внутрішніх шарів матеріалу. Поширення теплоти в твердих тілах, при їх нагріванні чи охолодженні, являє собою нестационарний (несталий, перехідний) процес і описується рівнянням теплопровідності Фур'є. Це рівняння має найпростіший вигляд для випадку нагрівання нескінченної пластини коли температурне поле визначається однією координатою і часом [9].

У теорії нагріву розглядається нагрів тонких та масивних тіл [13]. У тонких тілах перепад (градієнт) температур по перерізу матеріалу такий невеликий, що ним можна знехтувати. При нагріві масивних тіл перепад (градієнт) температур досягає значної величини і його необхідно враховувати в практичних розрахунках. Поділ тіл, що нагріваються, на тонкі та масивні є умовним, тому що визначається він не тільки розмірами, а й теплофізичними властивостями матеріалу та швидкістю їх нагрівання. Тіло, що має великі розміри, при досить повільному нагріванні має незначні перепади температур і може розглядатись як тонке і навпаки.

Для встановлення межі між тонкими та масивними тілами, за рекомендацією Іванцова Г.П., використовується критерій Біо [13]: $Bi = ah/\lambda$, де a — коефіцієнт теплообміну (теплопередачі, тепловіддачі) з навколишнього середовища до поверхні тіла, що нагрівається,

Вт/(м²·°С); h — товщина тіла, м; λ — коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·°С). Критерій Біо вводиться в математичну модель шляхом обезрозмірення задачі теплопровідності [9]. Цей критерій являє собою співвідношення між кількістю теплоти, що передається на поверхню тіла (α , Вт/(м²·°С)), та кількістю теплоти, що відводиться з поверхні тіла вглиб (λ/h , Вт/(м²·°С)). Тобто, критерій Біо визначається не тільки розмірами (h чи R) та фізичними властивостями тіла (λ , c , ρ), а й умовами теплообміну з поверхнею тіла (α). Тому одне й те саме тіло (зливки, заготовка) у разі нагрівання в середовищі з малими значеннями α може бути віднесене до тонких, а при нагріві в середовищі з великими значеннями α може виявитись масивним тілом стосовно нагріву [13]. Якщо значення критерію Біо велике (процес теплообміну з поверхнею тіла проходить більш інтенсивно ніж відведення теплоти з поверхні всередину тіла), то процес нагрівання відбувається з великою різницею температур між поверхнею і центром тіла. Лімітуючим процесом у цьому разі буде внутрішній теплообмін. Якщо значення критерію Біо мале (процес відведення теплоти всередину тіла інтенсивніший, ніж теплообмін з поверхнею тіла), то різниця температур по перерізу тіла буде незначною. У цьому разі внутрішній теплообмін не лімітуватиме процес нагріву тіла. Процес нагрівання таких тіл лімітується умовами зовнішнього теплообміну.

Г.П. Іванцов запропонував називати тіла тонкими, якщо для нагріву в зазначених умовах $Bi < 0,25$ та масивними, якщо $Bi > 0,5$. Інтервал значень $Bi = 0,25 \dots 0,50$ являє собою перехідну область, котру за точних розрахунків слід віднести до масивних тіл, а за наближених розрахунків — до тонких [13]. Отже, критерій Bi , для випадку коли $\alpha = \text{const}$ і при малій тривалості інерційного періоду порівняно із загальною тривалістю нагрівання, є величиною, що здатна характеризувати міру масивності тіла [13].

2. ПОСТАНОВКА І РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

Розв'язання і невеликий чисельний аналіз нестационарної задачі теплопровідності для нескінченної плити проведено в статті [5]. Там розглядалась така фізична постановка задачі: необмежена плита товщиною h , початкова температура якої T_n , в початковий момент часу $t = 0$ по верхній поверхні $z = h$, яка взаємодіє з оточуючим середовищем згідно із законом Ньютона (конвективний теплообмін), піддається дії температурою T_c , а її нижня поверхня $z = 0$ нагрівається тепловим потоком q (див. рис. 1). Потрібно:

- 1) знайти розподіл температури в довільній точці плити залежно від

часу; 2) встановити величину поверхневої густини теплового потоку q , для якої стаціонарне значення температури на верхній поверхні $z = h$ буде рівне $+5^\circ\text{C}$; 3) встановити час, через який температура на верхній поверхні $z = h$ досягне стаціонарного значення $+5^\circ\text{C}$.

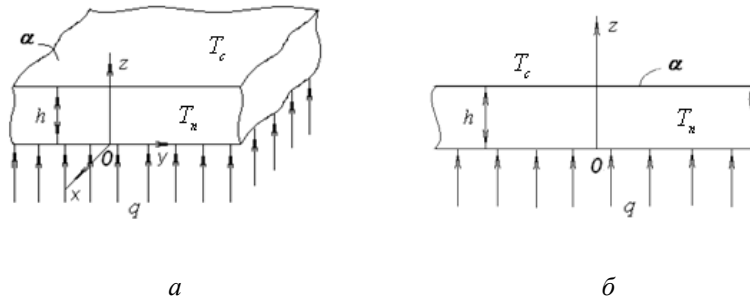


Рис. 1. Схема перерізу плити, що підігрівається знизу тепловим потоком: а – тривимірна; б – двовимірна

Математичний розв'язок цієї задачі отримано у вигляді [5]:

$$\theta(\gamma, Fo) = \theta_c + \frac{Q}{Bi} [1 + Bi(1 - \gamma)] - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \left\{ \theta_c \cos \mu_n \gamma + \frac{Q}{Bi} \left[\cos \mu_n (1 - \gamma) + \frac{Bi \sin(1 - \gamma)}{\mu_n} \right] \right\} e^{-\mu_n^2 Fo}, \quad (1)$$

де $A_n = \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n}$, μ_n - корені певного характеристичного рівняння;

$\theta = T - T_n$, $\theta_c = T_c - T_n$, T_c , T_n - задані величини;

$\gamma = \frac{z}{h}$, $Bi = \frac{\alpha h}{\lambda}$, $Q = \frac{qh}{\lambda}$, $Fo = \frac{at}{h^2}$; a , α , λ - коефіцієнти теплопровідності, теплообміну і теплопровідності відповідно, q - величина поверхневої густини теплового потоку.

Для більш якісного чисельного аналізу цієї нестационарної задачі приведемо розв'язок її відповідної стаціонарної задачі [11]

$$\theta_{cm}(\gamma) = \theta_c + \frac{Q}{Bi} [1 + Bi(1 - \gamma)] \quad (2)$$

Перед проведенням чисельного експерименту подивимось, що означають фізично графіки з рис. 2б в статті [5] (див. тут рис. 2). В цій статті прийнято, що пластина виготовлена з алюмінію ($\lambda = 210 \text{ Bm}/(\text{m}^\circ\text{C})$, $a = 0,91 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{c}$ [2]) товщиною $h = 2 \text{ мм}$ при

коефіцієнті теплообміну метал-газ $\alpha \approx 50 \text{ Вт}/(\text{м}^2\text{°С})$ ($Bi \approx 0,476 \cdot 10^{-3}, Q \approx 0,0214\text{°С}$). Тоді, згідно з відповідним графіком з рисунка 2 (чи 3а)), знаходимо безрозмірний час виходу температури на стаціонар $Fo = Fo_{cm} \approx 10^4$. Звідки $t = t_{cm} = (Fo h^2)/a \approx 440 \text{ с}$. Тобто, для алюмінієвої пластини товщиною $h = 2 \text{ мм}$ при її початковій температурі $T_n = +25\text{°С}$ і температурі оточуючого середовища $T_c = -40\text{°С}$, яка підігривається через нижню поверхню тепловим потоком $q = 2250 \text{ Вт}/\text{м}^2$, встановлено, що час виходу температури на верхній поверхні пластини на стаціонарне значення $T_{cm}(h) = +5\text{°С}$ дорівнює $440 \text{ с} \approx 7 \text{ хв. } 20 \text{ с}$. За допомогою інших графіків температури з рис. 2 можна скласти таблицю для знаходження часу виходу температури на стаціонарне значення на верхній поверхні пластини (плити), яка приведена для товщин $h = 2 \text{ мм}; 42 \text{ см}; 4,2 \text{ м}$ (див. таблицю 1).

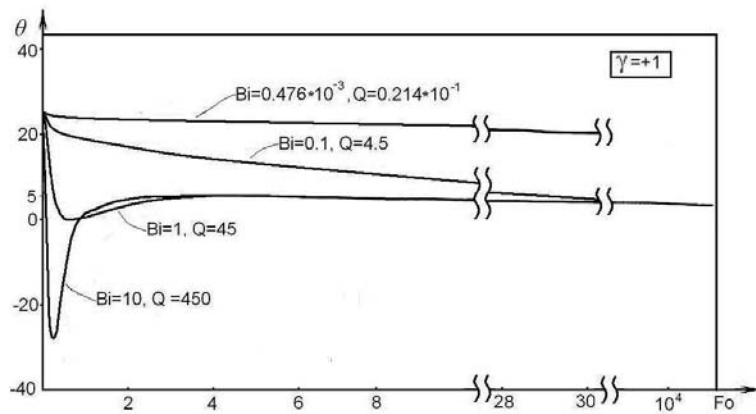


Рис. 2. Графік розподілу температури на верхній поверхні плити залежно від безрозмірного часу Fo при різних значеннях Bi та Q

Таблиця 1

Визначення часу виходу температури на стаціонарне значення (t_{ct}) на верхній поверхні алюмінієвої пластини для різних товщин h .

Товщина плити		Тепловий потік		Час	
h=2 мм	$Bi=0,476 \cdot 10^{-3}$	$q=2250 \text{ Вт/м}^2$	$Q=0,02143$	$t_{cr} \approx 440 \text{ с}$	$Fo_{cr} \approx 10^4$
h= 42 см	$Bi=0,1$	$q=2250 \text{ Вт/м}^2$	$Q=4,5$	$t_{cr} \approx 16 \text{ год.}$	$Fo_{cr} \approx 30$
h= 4,2 м	$Bi=1$	$q=2250 \text{ Вт/м}^2$	$Q=45$	$t_{cr} \approx 323 \text{ год.}$	$Fo_{cr} \approx 6$

Таблиця 2

Визначення часу виходу температури на стаціонарне значення (t_{cr}) в довільній точці алюмінієвої пластини для різних товщин h .

Товщина плити		Тепловий потік		Час	
h=2 мм	$Bi=0,476 \cdot 10^{-3}$	$q=2250 \text{ Вт/м}^2$	$Q=0,02143$	$t_{cr} \approx 440 \text{ с}$	$Fo_{cr} \approx 10^4$
h= 20 см	$Bi=0,476 \cdot 10^{-1}$	$q=2250 \text{ Вт/м}^2$	$Q=2,143$	$t_{cr} \approx 12 \text{ год.}$	$Fo_{cr} \approx 100$
h= 2 м	$Bi=0,476$	$q=2250 \text{ Вт/м}^2$	$Q=21,43$	$t_{cr} \approx 122 \text{ год.}$	$Fo_{cr} \approx 10$

3. ЧИСЕЛЬНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ

Чисельний експеримент проводимо за допомогою формули (1) на мові Fortran і в ньому хочемо побачити із графіків таке: 1) поведінку температури залежно від часу в різних точках пластини (плити) і, як наслідок, вихід температури на стаціонарне (стале) значення для пластин (плит) різної товщини h ; 2) якісний перехід в поведінці температури від тонких (пластин, плівок) до масивних (плит) тіл. Приймаємо, що пластина (плита) виготовлена з алюмінію [2].

На графіках рисунків 3-6 продемонстровано весь перехідний (нестационарний, несталий) процес нагрівання пластин різної товщини, аж до стаціонарного (сталого) стану. Спостерігаємо за трьома поверхнями пластини: $\gamma=0$ ($z=0$) – нижня поверхня, $\gamma=0,5$ ($z=h/2$) – центральна поверхня, $\gamma=1$ ($z=h$) – верхня поверхня. Як бачимо із графіків поведінка пластин для різних товщин відрізняється. При товщині $h=2\text{мм}$ ($Bi=0,476 \cdot 10^{-3}$) фактично немає перепаду (градієнту) температури по товщині пластини (див. рис. 3а)). Хоча насправді він є, але дуже незначний (кілька сотих градуса) (див. рис. 4а)). Пластина веде себе як тонке тіло. При товщині пластини $h=20\text{см}$ ($Bi=0,0476$) перепад (градієнт) температури складає вже кілька градусів (див. рис. 5а, 4б)). При товщині пластини $h=2\text{м}$ ($Bi=0,476$) перепад (градієнт) температури вже є відчутний (кілька десятків градусів) (див. рис. 6а)). Пластина веде себе як масивне тіло, тобто стає плитою. Це підтверджує теорію Іванцова Г.П. щодо встановлення межі між тонкими

(пластинами) і масивними (плитами) тілами, що нагріваються, за допомогою величини критерія Bi (див. пункт 1). Крім того, за допомогою схем, зображених на рисунках 3б), 5б), 6б), бачимо поведінку температури по перерізу пластини (плити) в довільний момент часу, аж до виходу температури на стаціонарне (стале) значення. За допомогою цих графіків можна скласти таблицю для знаходження часу виходу температури на стаціонарне значення в довільній точці пластини, яка приведена для товщини $h=2\text{мм}$; 20см ; 2м (див. таблицю 2). Завдяки розв'язку стаціонарної задачі (2) можна обчислити ті самі, що є на графіках рисунків 3, 5, 6, значення стаціонарної температури [11].

За графіками з рисунків 3-6 можна визначити поведінку температури залежно від часу для інших металів. Наприклад, якщо пластинка виготовлена з титану, то графіки температури на рис. 5а) ($Bi \approx 0,0476$, $Q \approx 2,143^\circ\text{C}$) відповідають вже товщині титанової пластинки $h \approx 2\text{ см}$. Це пов'язано з тим, що теплофізичні параметри титану значно менші (нижчі) в порівнянні з алюмінієм [2]. Так само можна вести обчислення температури для неметалів (папір, картон, полімери, клеї, корок, цегла та інші). Треба тільки знати їх теплофізичні параметри.

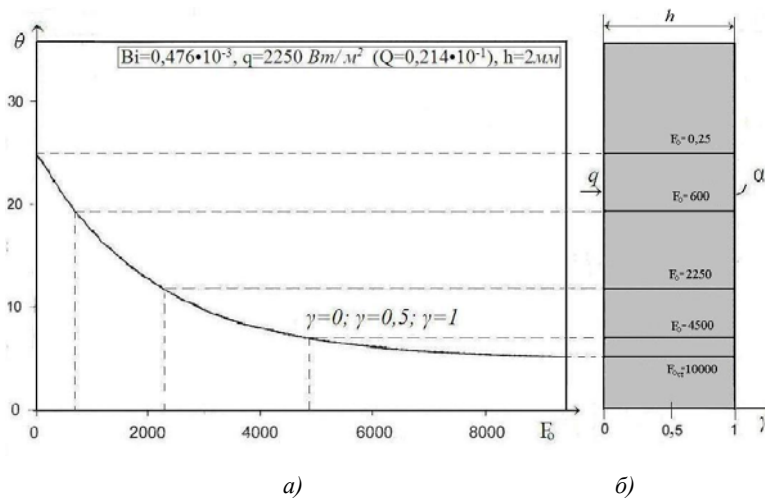


Рис. 3. Нагрівання пластини товщини $h=2\text{мм}$ тепловим потоком q :
 а) графіки розподілу температури пластини в часі;
 б) схема розподілу температури по перерізу пластини в часі.

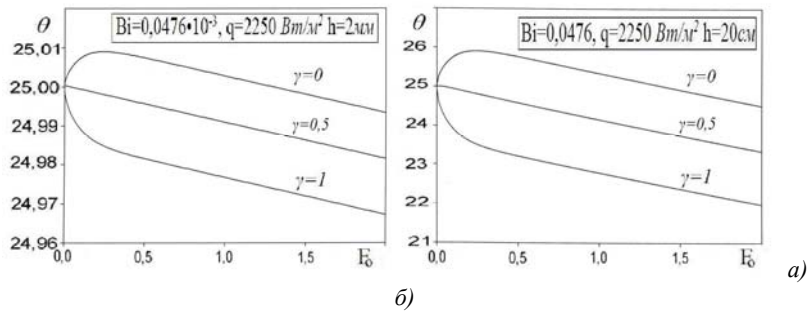


Рис. 4. Графіки розподілу температури пластини в малі моменти часу:
 а) для товщини пластини $h=2\text{мм}$; б) для товщини пластини $h=20\text{см}$

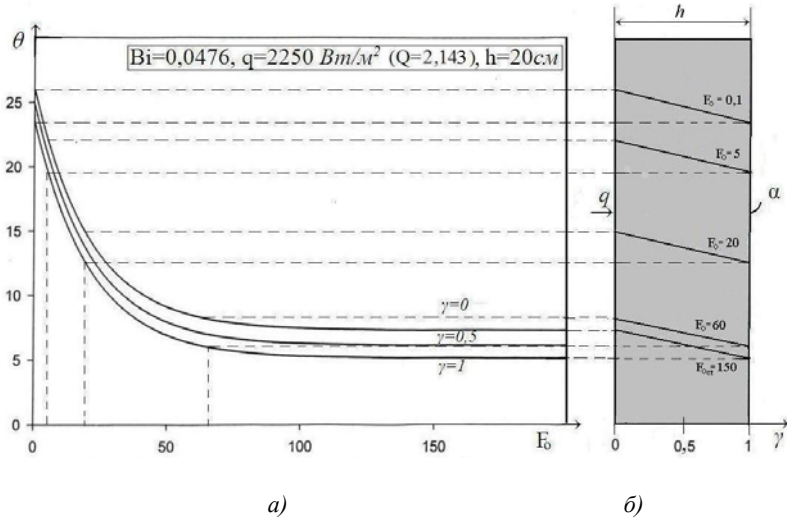


Рис. 5. Нагрівання пластини товщини $h=20\text{см}$ тепловим потоком q :
 а) графіки розподілу температури пластини в часі;
 б) схема розподілу температури по перерізу пластини в часі.

4. ВИСНОВКИ

1) Розглянута задача корисна для вивчення процесу сушіння чи акліматизації поліграфічної продукції коли підвід тепла здійснюється конвективним, контактним, променевим (радіаційним) чи контактньо-конвективним способом [1,12,15].

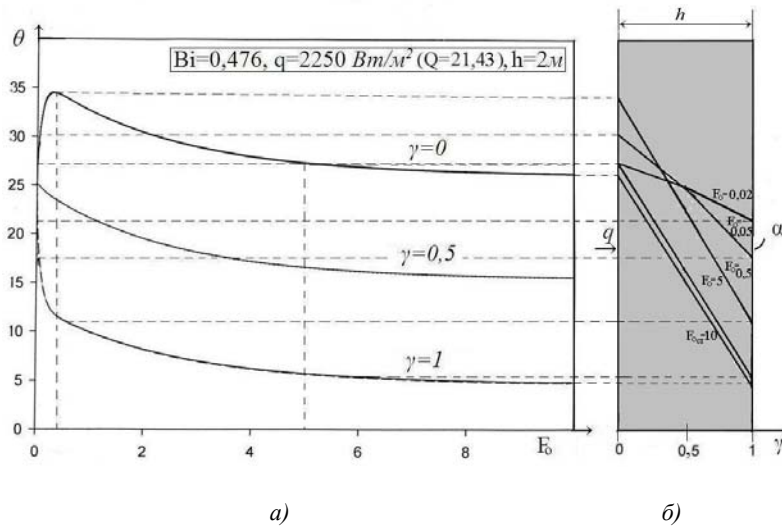


Рис. 6. Нагрівання плити товщини $h=2\text{м}$ тепловим потоком q :
 а) графіки розподілу температури плити в часі;
 б) схема розподілу температури по перерізу плити в часі.

2) Вивчення розповсюдження в часі температури в різних точках плити є важливим, оскільки зіставлення температурних кривих різних точок плити дає можливість встановити величину і напрямок градієнту температури. Різкий перепад (градієнт) температури між нижньою і верхньою поверхнями плити в початкові моменти часу (див. рис. 6) призводить до виникнення температурних напружень і деформацій. Наслідком цього може бути жолоблення чи скручування матеріалу плити і, навіть, можуть з'явитись тріщини, якщо величина цих напружень і деформацій перевищить граничні (допустимі) значення [8,15]. Запобігти цьому можна зміною режиму нагріву плити, наприклад, зменшенням його інтенсивності. Знаходження і вивчення нестационарних температурних напружень і деформацій – це наступний крок дослідження такої задачі. Ці знання дозволяють: керувати даним тепловим процесом, особливо при локальному нагріві [4]; знати як вибрати оптимальний режим сушіння, тобто такий режим, що дає можливість отримувати високоякісний поліграфічний матеріал при мінімальному часі видалення вологи і мінімальній затраті енергії.

3) Введення в математичну постановку задачі безрозмірних критеріїв подібності Bi та Fo [9] дозволило: проводити чисельний аналіз незалежно від наявності теплофізичних параметрів задачі; за графіками температури для алюмінієвої пластини знайти поведінку темпера-

тури для титанової пластини; з величини критерія Ві роботи, згідно відповідних графіків температури, висновок щодо тонкості чи масивності пластини.

4) Корисними задачі такого класу будуть для визначення нестационарного температурного поля, напружень і деформацій у багатошарових композитах (палітурних кришках, книжкових блоках, полімерних плівках тощо) (наприклад, див. висновок 3 в [6]). У зв'язку з цим аналогічні дослідження проводяться в двошаровій (кількість шарів може бути більшою) пластині (плиті), тобто в двошаровому композиті [6].

5) Отримані в роботі результати можуть бути використані для оптимізації процесів сушіння чи акліматизації поліграфічної продукції. Запропонований підхід може бути використаний в інших поліграфічних технологічних процесах, де використовується теплова енергія. Це дозволить отримати економічний ефект завдяки оптимальному використанню теплової енергії (наприклад, дивись висновок 2 в [6]).

1. Алабовский А.Н., Константинов С.М., Недужий И.А. *Теплотехника*. – К.: Вища школа, 1986.–255с. 2. Дьюли У. *Лазерная технология и анализ материалов*. – М.: Мир, 1986. – 504с. 3. Ефимов М.В., Толстой Г.Д. *Автоматизация технологических процессов полиграфии*. – М.: Книга, 1989. – 512 с. 4. Коляно Я.Ю., Іваник Є.Г. *Нестационарна задача теплопроводності для плити при локальній дії теплового потоку//Комп'ютерні технології друкарства: Зб. наук. праць.-Львів: УАД, 2008. - №. 20.-С. 222-231*. 5. Коляно Я.Ю., Сасс Т.С., Юнгер І.Г. *Нестационарна задача теплопроводності для необмеженої плити щодо сушіння поліграфічної продукції // Наукові записки УАД. - 2008. – Вип. 1(13). – С. 139 – 146*. 6. Коляно Я.Ю., Сасс Т.С. *Нестационарна задача теплопроводності для двошарової плити щодо сушіння поліграфічної продукції//Комп'ютерні технології друкарства: Зб. наук. праць.-Львів: УАД, 2009.-№. 21.-С. 226-234*. 7. Кутателадзе С.С. *Анализ подобия в теплофизике*. – Новосибирск: Наука, 1982. – 280 с. 8. Лыков А.В. *Теория сушки*. – М.: Энергия, 1968. – 472 с. 9. Лыков А.В. *Теория теплопроводности*.- М.: Высшая школа, 1967.- 599с. 10. Лыков А.В., Михайлов Ю.А. *Теория тепло- и массопереноса*. – М.: Госэнергоиздат, 1963. – 535 с. 11. Сасс Т.С. *Нестационарні задачі теплопроводності для одношарової та двошарової нескінченних плит щодо сушіння поліграфічної продукції: Магістерська робота*. – Львів, УАД, 2009. – 46 с. 12. Стрепко І. Т., Федина Б.І. *Порівняльний аналіз методів теплового сушіння матеріалів//Комп'ютерні технології друкарства: Зб. наук. праць.-Львів, УАД, 2002.- Вип. 7.-С. 216-220*. 13. Ткаченко О.О. *Високотемпературні процеси та установки: Підручник*. – К.: А.С.К., 2005. – 480 с. 14. Чехман Я.І., Сенкус В.Т. *та ін. Друкарське устаткування: Підручник*. – Львів: УАД, 2005. – 468 с. 15. Шот Р.І., Стрепко І. Т. *Теплові процеси в поліграфії: Навчальний посібник*. – Львів: УАД «Фенікс», 1998. – 202 с.