

УДК 681.3.06

ДИСКРЕТНА МОДЕЛЬ ДЛЯ ГРАФІЧНОЇ ІНТЕРПРЕТАЦІЇ НЕЧІТКИХ МНОЖИН

М.М. Луцків

Українська академія друкарства, вул. Підголоско, 19, Львів, 79020, Україна

Розроблена дискретна модель нечітких множин для імітаційного моделювання і графічної інтерпретації нечітких множин, подані результати комп'ютерного симулювання.

Ключові слова: *нечіткі множини, fuzzy, моделювання, належності, схема, зміщення, графіки.*

Постанова проблеми. Основною перевагою нечітких моделей порівняно із традиційними класичними методами є те, що вони можуть бути опрацьовані на основі значно меншої інформації про об'єкти чи системи. Опрацьовано ряд нечітких моделей, які описують різні явища, процеси, об'єкти, системи, які мають різну структуру, достовірність і розмірність [3, 4]. Вибір типу моделі залежить від об'єкта і задачі дослідження, точності її наявної інформації про об'єкт чи систему. Нечіткі моделі найчастіше подаються у вигляді системи правил і функцій належності, яка підпорядковує кожній змінній певну ступінь належності до нечіткої множини.

Однією із важливих задач на етапі аналізу і синтезу нечітких моделей є геометрична інтерпретація одно- та двовимірному просторі у вигляді поверхні чи кривої. Якщо нечітка множина та її функція належності описана тим чи іншим способом, то у більшості випадків безпосередньо за ним не можливо здійснити графічну інтерпретацію навіть в одновимірному просторі, яка необхідна для аналізу. Отже, існує актуальна проблема побудови математичної нечіткої задачі для графічної інтерпретації нечітких множин.

Мета статті. Опрацювання дискретної моделі нечітких множин і її структурної схеми симулятора в пакеті Matlab Simulink для графічної інтерпретації нечітких моделей.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Нечіткі множини, нечіткі числа і змінні застосовують до моделювання об'єктів і систем, у яких відбувається відтворення входу у вихід типу $y = f(x)$, якщо вхідний сигнал (змінна) не є точно відомим (вимірним) і може бути поданий тільки наближено. Наприклад вхід $x_1 = \text{“Окіл10”}$, $x_2 = \text{“Окіл5”}$. Нечіткі множини найчастіше подають функціями належності, яка інформує із яким ступенем елемент x належить до множини A . Нечітка множина функцією належності може бути описана (виражена) такими основними методами: математичним виразом, діаграми (графічні неперервні або дискретні), таблично, вектора належності, суми або інтеграла, у символічному вигляді [3, 4]. Однак, множина A є сумою множинною, а не арифметичною. Знак «+» не означає додавання, а суму множин елементів.

Існують різні типи функцій належності нечітких множин. Найчастіше застосовують прості кусочно-лінійні типи функцій належності і неперервні типи функцій належності. В програмному середовищі MATLAB є комплекс Matlab+ Simulink, є Fuzzy Logic Toolboxes у якому є операційні блоки для генерування типових кусочно-лінійних і неперервних функцій належності різної форми. Наприклад, трикутна, трапецевидна, експонентна, дзвоноподібна і багато інших [1]. Однак там немає операційних блоків для генерування нечітких чисел типу $x = \text{“Окіл10”}$.

Опрацьовано числові програми, які спрощують моделювання і нечітке керування, зокрема опрацьовані нечіткі контролери для їх підключення до системи регулювання із типовими регуляторами типу ПІД та інших [1]. Отже, актуальною є задача опрацювання симулятора для графічної інтерпретації нечітких множин.

Виклад основного матеріалу дослідження. Традиційно нечітка множина A у заданій числовій площині X подається множиною пар [3, 4]

$$A = \{(\mu_A(x), x)\}, \quad \forall x \in A, \quad (1)$$

де μ_A є функція належності нечіткої множини A , яка кожному елементові $x \in A$ приписує ступінь його належності $\mu_A(x)$ до нечіткої множини A , причому вона знаходиться в межах $\mu_A(x) \in [0, 1]$. Функція належності здійснює відтворення числової множини X даної змінної до межі $[0, 1]$ і підпорядковує кожний елемент x даної змінної певне значення в межах $[0, 1]$.

Припустимо що послідовність усіх n елементів x_i у розглядуваній площині є чітко усталена. Тоді на основі теорії дискретного перетворення неперервних функцій та сигналів [2] неперервній функції належності множини $\mu_A(x)$ відповідає дискретна функція належності

$$\mu_A(n) \rightarrow \mu_A(x), \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (2)$$

яка є визначена в дискретних значеннях змінної $x = nT$, де T – сталий просторовий період.

Довільній неперервній функції належності $\mu_A(x)$ відповідає дискретна функція належності $\mu_A(n)$.

Якщо кінцева послідовність n елементів x_i є усталена, то функція належності може бути подана у вигляді вектора

$$\mu_A = [a_0, a_1, a_2, \dots, a_n]. \quad (3)$$

У таблиці 1 подано приклад дискретного табличного подання функції належності у загальному вигляді

Таблиця 1

Приклад дискретного табличного подання функції належності

$x_i \rightarrow n$	0	1	2	3	...	n
$\mu_A(x) \rightarrow a_i$	a_0	a_1	a_2	a_3	...	a_n

Дискретні значення функції належності a_i називають відповідно перша дискрета, друга дискрета і так далі. Зауважимо, що елементи x_i в таблиці можуть бути не тільки числа, а також предмети, особи тощо. Наприклад, таблиця може інформувати про належність різних фірм (фірма1, фірма2 і т.д.) до множини A фірм, які є успішними. Якщо у функції належності є елементи x_i із нулевими значеннями функцій належності a_i , то для компактності запису вони опускаються. Для прикладу в таб. 2 подані нечіткі числа $A = \text{«Окіл7»}$.

Таблиця 2

Приклад табличного подання нечіткого числа $A = \text{«Окіл7»}$

$x \rightarrow n$	5	6	7	8	9	10
$\mu_A(x)$	0	0,5	1,0	0,666	0,33	0

Незалежно від того яким методом визначалась дискретна нечітка функція (математичним чи табличним) у загальному випадку вона може бути подана виразом

$$\mu_{(n)} = a_0\mu_0 + a_1\mu_1 + a_2\mu_2 + \dots + a_m\mu_m, \quad (4)$$

де m – кількість елементів у моделі, наприклад кількість цифрів у нечіткій множині типу $x = \text{«Окіл7»}$.

Зауважимо що індекси у виразі (4) означають послідовність дискрет μ_i та їх дискретних значень a_i , котрі є множинною сумою. Застосуємо до виразу (4) оператор зміщення [2], а саме, наприклад,

$$z^{-1}\mu_n = \mu_{n-1}; \quad z^{-2}\mu_n = \mu_{n-2}; \quad i = 0, 1, 2, 3, \dots, n. \quad (5)$$

Після чого подамо вираз (4) у вигляді z -перетворення дискретної функції належності

$$\mu(z) = [a_0 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_mz^{-m}] \mu_0(z), \quad (6)$$

де $\mu_0(z)$ – функція активації, яка подається на вхід дискретної моделі, наприклад, Singelton (одноелементна нечітка множина, носій якого містить тільки один елемент із ступенем належності $\mu_A = 1$).

На основі викладеного опрацьована структурна схема математичної дискретної моделі функції належності нечіткої множини, яка подана на рис.1

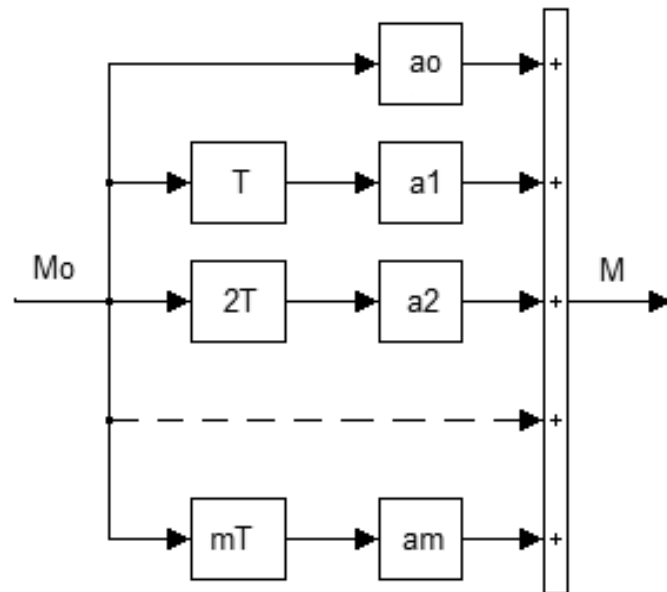


Рис. 1. Структурна схема математичної дискретної моделі нечіткої множини

Основними елементами структурної схеми є елементи затримки (зміщення) сигналів позначені символами mT , де T – просторовий період, m – кількість затримок. Схема наочно показує послідовність перетворення сигналів у моделі і формування елементів нечіткої множини.

Для графічності інтерпретації нечітких множин застосуємо об'єктно-орієнтоване програмування у пакеті Matlab/Simulink [1]. За структурною схемою моделі і виразом (6) опрацьовано симулятор нечітких множин у Simulink, вікно якого подано на рис. 2.

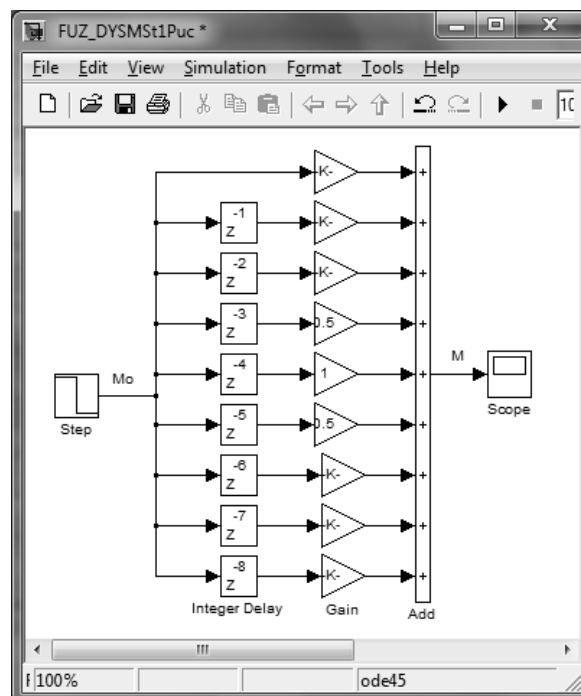


Рис. 2. Роздрук вікна симулятора нечітких множин

Основними блоками є операційні блоки Integer Delay (затримки, зміщення). У діалогових блоках задається число m – тривалість затримки. Операційні блоки Gain задають значення дискрет a_i . На вхід моделі подається одиничний імпульсний сигнал (Singelton), який генерує блок Score. Симулятор формує дискретну функцію належності нечіткої множини. Графічну візуалізацію результатів імітаційного моделювання здійснює блок Score. Графік дискретної функції належності нечіткої множини можна запам'ятати для подальшого дослідження або роздрукувати безпосередньо із вікна симулятора.

Для ілюстрації роботи і можливості симулятора розглянемо нечітке число A ="Окіл4" та A ="Окіл10". Налаштовували параметри симулятора на задану множину. Результати імітаційного моделювання подані на рис. 3.

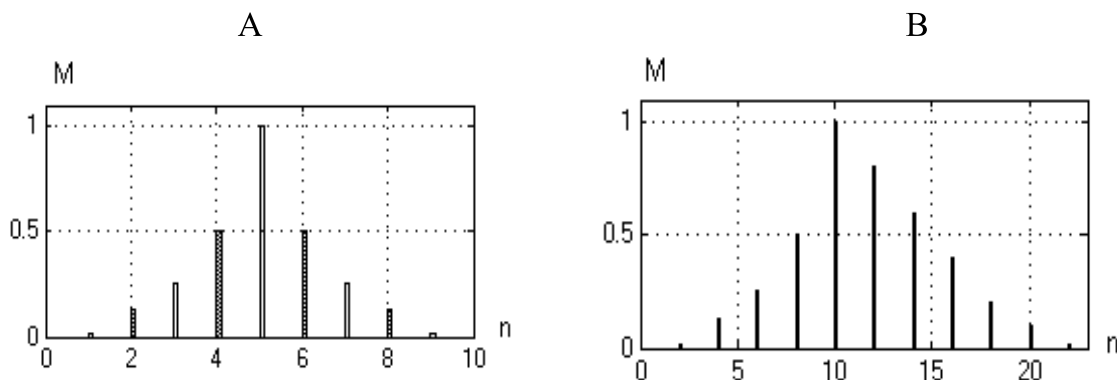


Рис. 3. Нечіткі числа A ="Окіл5" та B ="Окіл10"

Зауважимо, що число A є семетричне відносно ядра (центра) і має період $T=1$. Натомість число B є несеметрична і має період $T=2$.

Якщо до симулятора додатково долучити ще декілька операційних блоків затримки, то значно розширюються його можливості. Наприклад, симулятор можна налагодити на паралельне відтворення двох нечітких множин (див. рис. 4.)

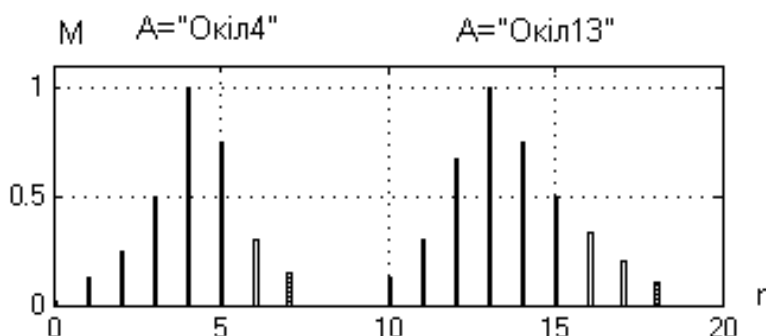


Рис. 4. Нечіткі числа A ="Окіл4" та A ="Окіл13"

Аналогічно можна подавати нечіткі множини різної форми та різного просторового періоду. Паралельне подання нечітких множин є зручне для графічної інтерпретації арифметичних операцій, наприклад, додавання/віднімання нечітких множин та інших.

Висновки. Опрацьовано дискретну модель нечітких множин в z-перетвореннях. Розроблено структурну схему математичної моделі, на основі якої в пакеті Matlab/Simulink опрацьовано симулятор, який відтворює нечіткі множини типу "Окіл N" заданого просторового періоду і форми. Подані приклади імітаційного моделювання у вигляді послідовної й паралельної графічної інтерпретації нечітких множин різної форми і просторового періоду. Симулятор можна застосовувати для графічної інтерпретації арифметичних операцій, наприклад, додавання/віднімання нечітких множин й інших.

Список використаної джерел

1. Дьяконов В.П. Matlab 6.5 SP 1/7.0 + Simulink 5/6 в математике и моделировании. Сер. Библиотека профессионала. – М.: Салон-Пресс. 2005. – 576 с.
2. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов - СПб.: Птер. 2005. – 604 с.
3. Pioqat A. Mogelowanie i sterowanie vozmutе. - Akademicka oficyna Wydawnicza EXIT. Warszawa. 2003. – 682 s.
4. Нечіткі множини. Електронний ресурс // режим доступу: <http://www.viktoria.lviv.ua/html/oio/html/themell.htm>.

References

1. D'jakonov V.P. (2005). Matlab 6.5 SP 1/7.0 + Simulink 5/6 v matematike i modelirovanii. Ser. Biblioteka professionala. – M.: Salon-Press.– 576 s. (in Russian)
2. Sergienko A.B. (2005). Cifrovaja obrabotka signalov - SPb.: Pter. 2005. – 604 s. (in Russian)
3. Pioqat A. (2003). Mogelowanie i sterowanie vozmutе. - Akademicka oficyna Wydawnicza EXIT. Warszawa. 682 s. (in Polish)
4. Nechitki mnozhyny. Elektronnyy resurs // rezhym dostupu: <http://www.viktoria.lviv.ua/html/oio/html/themell.htm>. (in Ukrainian)

A DISCRETE MODEL FOR GRAPHIC INTERPRETATION OF FUZZY SETS

M.M. Lutskiv

*Ukrainian Academy of Printing,
19, Pid Holoskom St., Lviv, 79020, Ukraine*

We have developed a discrete model of fuzzy sets for simulation modeling and graphic interpretation of fuzzy sets; the results of the computer simulation have been presented.

Keywords: *fuzzy sets, fuzzy, simulation, membership, scheme, dislocation, graphs.*

Стаття надійшла до редакції 15.03.2016.

Received 15.03.2016.