

## ДИНАМІЧНІ ЯВИЩА В ЦИКЛОВИХ МЕХАНІЗМАХ ІЗ ГЕОМЕТРИЧНИМ ЗАМИКАННЯМ

*Описано і розроблено математичну модель поведінки ролика в механізмах з геометричним замиканням на прикладі кулачкового механізму зі штовхачем.*

*The mathematic model of the roll conduction in mechanisms with geometrical locking have been described and provided on the example of the cam mechanism with pusher.*

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Внаслідок особливостей будови циклових механізмів з геометричним замиканням (ЦМ ГЗ) при їх роботі можливе виникнення віброударного режиму роботи. Це пов'язане з тим, що в момент зміни напрямку руху, а також в момент зміни прискорень коромисла (куліси, мальтійського хреста) виникають інерційні сили і відбувається відрив ролика від профілю паза. Після періоду вільного переміщення в полі зазору ролик співударяється із замикаючим профілем паза. Звичайно цей процес доволі складний і, при вивченні, його необхідно розкласти на ряд окремих моментів, тобто розглядати кожен фази явища окремо.

На процеси, які відбуваються при ударі у цикловому механізмі, впливають частотні характеристики власних коливань не тільки веденої але й ведучої систем, враховуючи привід. Тому розглядати удар, як класичний можна тільки тоді, коли час удару значно менший від періоду власних коливань системи. У інших випадках можливий віброударний режим роботи, під час якого кожне наступне співударяння викликає збурення власних коливань веденої системи внаслідок кратності частот, або їх гармонік.

### 2. РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

Дослідимо явища, які сприяють і виникають при ударі у нецентральному кулачковому механізмі із геометричним замиканням на рух ланок. Розглянемо схему кулачкового механізму з валом 1 (рис. 1), жорсткості  $c_1$ , з'єднаним з пазовим кулачком 2, по пазу якого котиться ролик 3 штовхача 4 з масою  $m_2$  і приведеною жорсткістю  $c_2'$ .

---

<sup>1</sup> Українська академія друкарства

У період удару до штовхача прикладені сила пружності, яка виникає внаслідок деформації елементів, що передають рух від ведучої ланки до нього, величина якої рівна  $(\rho \cdot \operatorname{tg} \theta - x_2) \cdot c'_2$ , і сил тертя, які виникають під дією сил пружності і рівні  $(\rho \cdot \operatorname{tg} \theta - x_2) \cdot c'_2 \cdot \chi$ .

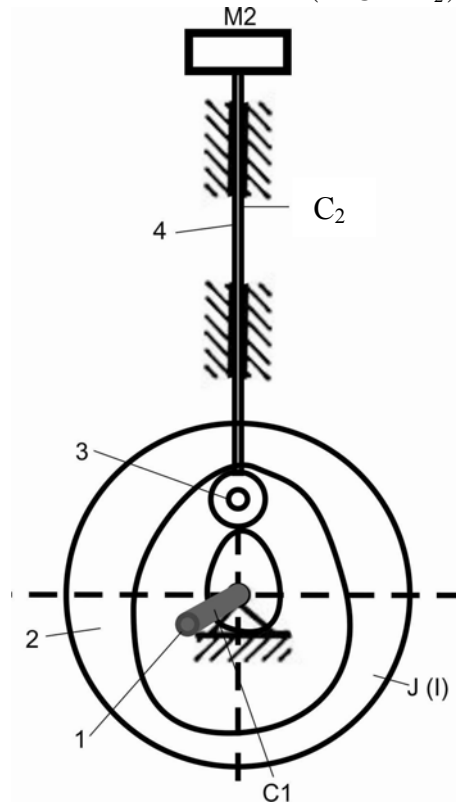


Рис. 1. Кулачковий механізм з штовхачем

Запишемо систему рівнянь руху розглянутої двохмасної системи:

$$\begin{cases} I \cdot \ddot{\varphi} = (\omega_1 t - \varphi_1) \cdot c_1 - (\rho \cdot \operatorname{tg} \theta - x_2) \cdot c'_2 \cdot \rho \cdot \operatorname{tg}(\theta + \nu) \\ m_2 \cdot \ddot{x} = (\rho \cdot \operatorname{tg} \theta - x_2) \cdot c'_2 \cdot (1 - \chi), \end{cases} \quad (1)$$

де

$I$  – статичний момент інерції мас, приведений до кулакового валу;

$\varphi_1$  – кут повороту кулака;

$\rho$  – радіус-вектор кулака;

$\theta$  – кут нормалі;

$\nu$  – кут тиску;

$x_2$  – переміщення штовхача;  
 $\chi$  – коефіцієнт, який залежить від сил тертя на напрямних і сили пружності, можна знайти на основі рівнянь статки [1].

Перетворивши, отримуємо

$$\ddot{\varphi} + (k_1^2 + k_3^2) \cdot \ddot{\varphi} + \frac{c_1 \cdot c'_2 \cdot (1 - \chi)}{I \cdot m_2} \dot{\varphi} = \frac{c_1 \cdot c'_2 \cdot (1 - \chi)}{I \cdot m_2} \omega_1 \cdot t, \quad (2)$$

де  $k_1^2 = [c_1 + c'_2 \cdot \rho^2 \cdot \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg}(\theta + \nu)] / I$ ;  $k_3^2 = c'_2 \cdot (1 - \chi) / m_2$ .

Період власних коливань обчислюють на основі відповідного характеристичного рівняння, яке із урахуванням (2), набере вигляду

$$p^4 + (k_1^2 + k_3^2) \cdot p^2 + c_1 \cdot c'_2 \cdot (1 - \chi) / I \cdot m_2 = 0.$$

Оскільки вираз  $+c_1 \cdot c'_2 \cdot (1 - \chi) / I \cdot m_2$  є додатнім, то отримуємо

$$\left| -\frac{k_1^2 + k_3^2}{2} \right| > \sqrt{\left( \frac{k_1^2 + k_3^2}{2} \right)^2 - \frac{c_1 \cdot c'_2 \cdot (1 - \chi)}{I \cdot m_2}}$$

і корені рівняння будуть уявними:  $p_{1,2} = \pm i \cdot \lambda_1$ ,  $p_{3,4} = \pm i \cdot \lambda_3$ ,

де

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{k_1^2 + k_3^2}{2} + \sqrt{\left( \frac{k_1^2 + k_3^2}{2} \right)^2 - \frac{c_1 \cdot c'_2 \cdot (1 - \chi)}{I \cdot m_2}}} \quad (3)$$

$$\lambda_3 = \sqrt{\frac{k_1^2 + k_3^2}{2} - \sqrt{\left( \frac{k_1^2 + k_3^2}{2} \right)^2 - \frac{c_1 \cdot c'_2 \cdot (1 - \chi)}{I \cdot m_2}}} \quad (4)$$

Тривалість удару, не враховуючи сил пружності, прикладених до ведучої ланки з боку ділянки ведучого валу визначимо з системи рівнянь руху системи, які матимуть вигляд

$$I \cdot \ddot{\varphi} = -(\rho \cdot \operatorname{tg} \theta - x_2) \cdot c'_2 \cdot \rho \cdot \operatorname{tg}(\theta - \nu) = 0 \quad (5)$$

$$m_2 \cdot \ddot{x}_2 = -(\rho \cdot \operatorname{tg} \theta - x_2) \cdot c'_2 \cdot (1 - \chi)$$

Після ряду перетворень прийдемо до виразу

$$\ddot{\varphi} + \frac{m_2 \cdot \rho^2 \cdot \operatorname{tg} \theta \cdot \rho \cdot \operatorname{tg}(\theta + \nu) + (1 - \chi) \cdot I}{2 \cdot m_2} c'_2 \cdot \ddot{\varphi} = 0 \quad (6)$$

Крім коренів характеристичного рівняння  $p_{1,2} = 0$ ,

$$p_{3,4} = \pm i \sqrt{\frac{m_2 \cdot \rho^2 \cdot \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg}(\theta + \nu) + (1 - \chi) \cdot I}{2 \cdot m_2}} c'_2 = \pm i \cdot \lambda_t \quad (7)$$

Прийmemo співвідношення періоду власних коливань системи до тривалості удару рівним  $\alpha_y = 2\lambda_1/\lambda_3$ .

Взаємний вплив кожного із параметрів визначимо, ввівши коефіцієнти  $\alpha_c = c_1/\rho^2 \cdot c_2'$  і  $\alpha_m = I/\rho^2 \cdot m_2$ . Тоді вирази (3), (4) і корені попереднього рівняння наберуть вигляду

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{c_1}{m_2}} \cdot \sqrt{\frac{A+B}{2\alpha_m} + \sqrt{(A+B/2\alpha_m)^2 - A/\alpha_m}} \quad (8)$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{c_1}{m_2}} \cdot \sqrt{\frac{A+B}{2\alpha_m} - \sqrt{(A+B/2\alpha_m)^2 - A/\alpha_m}} \quad (9)$$

$$\lambda_1 = \sqrt{c_2'/m_2} \cdot \sqrt{(A+B)/\alpha_m} \quad (10)$$

$$A = \alpha_m(1 - \chi); B = \text{tg}\theta \cdot \text{tg}(\theta + \nu)$$

Як видно із отриманих виразів (9) і (10),  $\alpha_y$  буде залежати від значень  $\alpha_m$  і  $\alpha_c$ , кутів підйому профіля  $\theta$  і тиску  $\nu$ , а також коефіцієнта  $\chi$ . Провівши аналіз співвідношення періоду власних коливань системи для ряду конкретних значень вказаних величин, отримали результати, які приведені на графіку рис. 2. Було покладено практично можливі межі зміни коефіцієнта  $0,5 < \alpha_m < 5$ , кута  $30^\circ < \theta < 60^\circ$  [3] при середньому значенні  $\chi = 0,2$ .

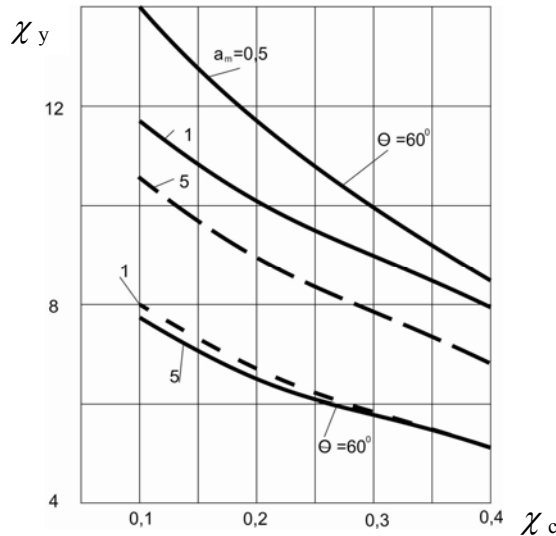


Рис. 2. Співвідношення періоду власних коливань

Аналіз графіків показує, що поява класичного удару можлива у випадку, коли  $\alpha_c < 0,3 \dots 0,4$ , що при значній жорсткості  $c'_2$ , яка характерна для кулісних і ряду кулачкових механізмів із штовхачем, а також для механізму мальтійського хреста. Зважаючи на рекомендації [1], вважаємо, що при  $\alpha_y > 10$  процес співударяння належить розглядати як класичний, а при  $\alpha_y < 10$ , як удар по пружній системі.

Зважаючи на те, що ролик перекочується по стінці паза завдяки певному зазору і тому при переході з поверхні однієї стінки на поверхню іншої виникає удар, який можна розкласти на ряд послідовних співударянь і відповідно математично описати.

### 3. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЯВИЩА УДАРУ

Незалежно від динамічної моделі механізму сам процес руху ролика у пазу розкладається на вільний рух в проміжку зазору і ряд співударянь його поверхні із обмежуючими профілями. Математично моделювати його можна для декількох варіантів, розглядаючи ведучу і ведену ланки як одномасну так і системи із багатьма масами [2]. У випадку одномасних систем співударяння ролика із поверхнею кулачка можна розглядати як класичний косий удар одного тіла по іншому. При цьому поверхня профілю кулачка рухатиметься із певною лінійною швидкістю і відповідно у момент удару вона практично не зміниться, а поверхня ролика і його центр після перерозподілу енергії почнуть рухатися із швидкістю у межах геометричних і кінематичних параметрів. Натомість у системах з двома масами при співударянні перерозподіл енергії проходить значно складніше - у них ведучий вал закручуються на певний кут, а штовхач деформується, поглинаючи таким чином частину накопиченої енергії.

1. **Ролик перекочується по одному із профілів** з визначеними кутовою швидкістю і пришвидшенням, але внаслідок зовнішнього збурення ролик відривається від нього.

2. Починається **відокремлений рух ролика і профілів** до моменту взаємного контакту із одним із них. Ведуча і ведена ланки перетворюються на дві незалежні одномасові системи. Важливим для цього випадку є знаходження часу його переміщення у полі зазору.

3. **Перше співударяння** відбувається при кутовій швидкості ведучої ланки  $\omega_1$  і лінійній швидкості штовхача ланки  $V_2$ . Лінійні швидкості центра ролика  $V_p$  та профілів  $V_{роб}$  і  $V_{зам}$  мають певні значення. При ударі відбувається перерозподіл накопиченої енергії.

4. **Відскок і окремилий рух поверхонь ролика і профілів кулачка** до моменту повторного удару. Тоді ведучу і ведену ланки моделюють за допомогою згаданих раніше динамічних моделей.

5. **Повторний удар** поверхні ролика по пазу, коли він співударяється з тією ж поверхнею паза, з якою відбувся перший удар.

6. В подальшому **відокремлений або спільний рух ролика і профілів** виникне тоді, коли величина і напрямок вектора швидкості веденої ланки співпадатиме із складовою швидкості ведучої.

Для дослідження процесу співударянь розроблено алгоритм із окремих програм, які описують рух центра ролика, а також поверхонь ролика і кулачка, які будуть із ним у контакті.

Після введення основних початкових параметрів механізму моделюється рух ролика по кожному із профілів у режимі постійного кінематичного контакту [4] без врахування діючих сил. Визначаються інваріанти лінійних і кутових швидкостей та кутових прискорень.

Враховуючи сили, в двох окремих підблоках моделюються умови ковчання ролика по робочому і замикаючому профілях.

Наступним етапом є моделювання відриву ролика від профілю паза [4]. У одному підблоці визначається позиція відриву ролика у відносному часі, а швидкість його центру у момент відриву – у 4 другому. В 3 підблоці вираховують прискорення центра ролика, у кутову, у 5 лінійну швидкість, у 6 підблоці кутове прискорення ролика, а у 7 - лінійне його центра.

Далі описують вільне переміщення ролика у полі зазору. У першому підблоці час вільного переміщення, у 2 підблоці втрату лінійної швидкості центра, а у 3 підблоці - кутової швидкості ролика. У 4 підблоці швидкість центра ролика у кінці переміщення, у 5 підблоці - кутову швидкість ролика, а у 6 підблоці - швидкість поверхні ролика. Можуть бути прораховані прискорення у 7 підблоці - лінійне центру і у 8 - кутове, а у 9 - тангенціальне і у 10 - нормальне.

Потім моделюється перше співударяння, яке проходить при лінійній швидкості поверхні паза, вирахованій у відповідному підблоці з врахуванням переходу з профіля на профіль. У подальшому рахують швидкість центра ролика, його кутову швидкість і лінійну швидкість його поверхні після удару. За лінійною швидкістю центра ролика знаходять час вільного переміщення ролика у полі зазору і відповідно кут повороту кулачка, а також переміщення і швидкість штовхача у кінці переміщення. Цей блок здійснює моделювання всіх етапів циклу, знаходячи суму кутів повороту на всіх попередніх проміжках циклу і кута повороту на даному етапі. Переміщення штовхача складає суму всіх попередніх переміщень і переміщення на цьому етапі.

Після кожного обчислення через інтервал часу перевіряють величини, за якими виявляють моменти співударянь і їх характер.

Першою перевіряється можливість співударяння ролика із замикаючим профілем. Якщо воно можливе, то перевіркою виявляють, чи воно відбулося. Якщо удар з замикаючим профілем відбувся, то подальше моделювання проводять у наступному. Коли не відбувся або неможливий, то перевіряють умови контакту ролика із робочою поверхнею паза, яка за цей проміжок часу перемістилася. Якщо удар відбувся, то моделювання переносять у попередній блок. При відсутності удару моделювання проводять спочатку при збільшеному на  $\Delta t$  поточному часі.

Перед переходом до операції моделювання нового етапу співударянь проводиться перевірка, в процесі якої знаходять різницю лінійних швидкостей профілів паза і ролика. Якщо ця різниця менша або більша заданої величини, то переходять до моделювання у блоці, який був вибраний внаслідок попередніх перевірок.

Весь процес подальших обчислень і перевірок повністю співпадає з процесом, який описано вище, тільки вираховують кут  $\theta_p$ , при якому відбувається удар із замикаючим профілем.

Для дослідження співударянь, що повторюються необхідно перед всім визначити швидкість ролика після удару. Удар ролика по профілю паза є ударом двох тіл, які рухаються в просторі, але рух їх обмежений і тому удар слід розглядати, як косий.

Використавши коефіцієнт відновлення  $\alpha_m$ , формули для визначення швидкостей після удару можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned}\omega_y &= [(\alpha_m - e) \cdot \omega_1 \cdot \rho \cdot \operatorname{tg} \theta + (1 + e) \cdot V_{2i}] / (\alpha_m + 1) \cdot \rho \cdot \operatorname{tg} \theta, \\ V_{2y} &= [\alpha_m \cdot (1 + e) \cdot \omega_1 \cdot \rho \cdot \operatorname{tg} \theta + (1 - \alpha_m \cdot e) \cdot V_{2i}] / (\alpha_m + 1),\end{aligned}\quad (11)$$

де  $e$  - коефіцієнт відновлення.

Ці формули справедливі для випадку переходу ролика з профіля на профіль. У випадку співударяння з профілем, від якого відбулося відривання, а потім повторний контакт з ним же, формули змінюються

$$\begin{aligned}\omega_y &= [\alpha_m (1 + e) \cdot V_{2i} + (1 + \alpha_m) \cdot \omega_i \cdot \rho \cdot \operatorname{tg} \theta] / (\alpha_m + 1) \cdot \rho \cdot \operatorname{tg} \theta, \\ V_{2y} &= [(\alpha_m - e) \cdot V_{2i} + (1 + e) \cdot \omega_i \cdot \rho \cdot \operatorname{tg} \theta] / (\alpha_m + 1),\end{aligned}\quad (12)$$

Визначимо при яких умовах може відбутися співударяння з тим же профілем, від якого ролик відірвався. Воно відбудеться, коли складова лінійної швидкості профілю паза буде значно більшою від лінійної швидкості вільного переміщення центра ролика в полі зазору.

У іншому випадку ролик співударяється з замикаючим профілем. Співударяння із замикаючим профілем відбудеться у тому випадку,

коли переміщення штовхача стане більшим за величину переміщення профільної лінії паза.

Після удару, як вказувалося вище, виникає вільний рух ролика або він котиться по профілю паза. При незалежному русі ведуча ланка рухатиметься разом із частиною вала і коливатиметься відносно нього. Рівняння, яке описуватиме рух ведучої ланки  $I \cdot \ddot{\varphi} = (\omega_1 \cdot t - \varphi) \cdot c_1$ , може бути відображено у вигляді

$$\ddot{\varphi} + \lambda_p^2 \cdot \varphi = \frac{c_1}{I} - \omega_1 \cdot t, \quad (13)$$

$$\text{де } \lambda_p = \sqrt{c_1/I} = \sqrt{c'_2 \cdot \alpha_c / m_2 \cdot \alpha_m}$$

Розв'язок цього рівняння має такий вигляд

$$\varphi = C_1 \cdot \sin \lambda_p \cdot t + C_2 \cdot \cos \lambda_p \cdot t + \omega_1 \cdot t.$$

Підставивши початкові умови  $\varphi = \Sigma \varphi_i - \omega_1 \Sigma t|_{t=0}$  та  $\dot{\varphi} = \omega_1|_{t=0}$ , отримаємо вирази для кутового переміщення і кутової швидкості

$$\varphi_j = \frac{\omega_y - \omega_1}{\lambda} \sin \lambda_p \cdot t + (\Sigma \varphi_i - \omega_1 \cdot \Sigma t_i) \cdot \cos \lambda_p + \omega_1 \cdot t, \quad (14)$$

$$\omega_j = (\omega_y - \omega_1) \cdot \cos \lambda_p t - (\Sigma \varphi_i - \omega_1 \cdot \Sigma t_i) \lambda_p \cdot \sin \lambda_p / t + \omega_1 \quad (15)$$

Щоб у момент початку відліку значення кута завжди було рівним нулю, перетворимо вираз (14), вирахувавши із нього значення початкового кута

$$\varphi_j = \frac{\omega_y - \omega_1}{\lambda_{p( )}} \sin \lambda_p \cdot t + (\Sigma \varphi_i - \omega_1 \cdot \Sigma t_i) (\cos \lambda_p \cdot t - 1) + \omega_1 \cdot t \quad (16)$$

У процесі вільного руху штовхача його кінетична енергія витрачається на роботу сил тертя. Коли сили тертя в процесі цього руху постійні, то його рух відбувається рівномірно уповільнено

$$x_{2j} = V_{2y} \cdot t - a \cdot t^2 / 2; x_{2i} = V_{2y} \cdot t - a \cdot t, \quad (17)$$

де  $a = F/m_2$  - прискорення;  $F$  - сила тертя.

Сумісний рух поверхні паза кулачка і штовхача при рівності швидкостей в момент співударяння, описується рівняннями (1). При цьому їх розв'язок можна подати у такому вигляді

$$\varphi = C_1 \cdot \sin \lambda_1 \cdot t + C_2 \cdot \cos \lambda_1 \cdot t + C_3 \cdot \sin \lambda_1 \cdot t + C_4 \cdot \cos \lambda_1 \cdot t + \omega_1 \cdot t$$



$$x_2 = -C_1 \frac{\lambda_4^2 - k_1^2}{k_2} \sin \lambda_1 \cdot t - C_2 \frac{\lambda_4^2 - k_1^2}{k_2} \cos \lambda_1 \cdot t + C_3 \frac{k_1^2 - \lambda_3^2}{k_2} \sin \lambda_2 \cdot t +$$

$$+ C_4 \frac{k_1^2 - \lambda_1^2}{k_2} \cos \lambda_3 \cdot t + \rho \cdot \operatorname{tg} \theta \cdot \omega_1 \cdot t \quad (18)$$

де  $\lambda_1$  і  $\lambda_3$  визначають з виразів (9 і 10), а

$$k_1^2 = \frac{c_2}{m_2} \left[ \frac{\alpha + \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg}(\theta + \nu)}{\alpha_m} \right]; \quad k_2 = \frac{c_2}{m_2} \left[ \frac{\operatorname{tg}(\theta + \nu)}{\alpha_m \cdot \rho} \right].$$

Визначивши постійні за початкових умов:  $\varphi = (\Sigma \varphi_i - \omega_0 \Sigma t_i)|_{t=0}$ ,  $\varphi = \omega_i|_{t=0}$ ,  $x_2 = 0|_{t=0}$ ,  $\dot{x}_2 = V_{2i}|_{t=0}$  і вираховуючи із виразу для знаходження кута  $\varphi$  початковий кут, отримуємо

$$\varphi_j = \frac{A_1 \cdot (k_1^2 - \lambda_3^2 - k_2 \cdot \operatorname{tg} \theta)}{\lambda_1} \sin \lambda_1 \cdot t + B_1 \cdot D_2 \cdot \cos \lambda_1 \cdot t +$$

$$+ \frac{A_1 \cdot (\lambda_1^2 - k_1^2 + k_2 \cdot \operatorname{tg} \theta)}{\lambda_3} \sin \lambda_3 \cdot t + B_1 \cdot D_1 \cdot \cos \lambda_3 \cdot t + \omega_1 \cdot t - (\Sigma \varphi_i - \omega_1 \Sigma t_i)$$

$$\dot{\varphi}_j = \frac{A_1 \cdot (k_1^2 - \lambda_3^2 - k_2 \cdot \operatorname{tg} \theta)}{\lambda_1} \cos \lambda_1 \cdot t - B_1 \cdot D_2 \cdot \lambda_1 \cdot \sin \lambda_1 \cdot t +$$

$$+ \frac{A_1 \cdot (\lambda_1^2 - k_1^2 + k_2 \cdot \operatorname{tg} \theta)}{\lambda_1} \cos \lambda_3 \cdot t - B_1 \cdot D_1 \cdot \lambda_3 \cdot \cos \lambda_3 \cdot t - \omega_1$$

$$x_2 = - \frac{A_1 \cdot (k_1^2 - \lambda_3^2 + k_2 \cdot \operatorname{tg} \theta) \cdot D_1}{\lambda_1 \cdot k_2} \sin \lambda_1 \cdot t + \frac{B_1 \cdot D_1 \cdot D_2}{k_2} \cos \lambda_1 \cdot t +$$

$$+ \frac{A_1 \cdot (\lambda_1^2 - k_1^2 + k_2 \operatorname{tg} \theta) \cdot D_2}{\lambda_3 \cdot k_2} \sin \lambda_3 \cdot t + \frac{B_1 \cdot D_1 \cdot D_2}{k_2} \cos \lambda_3 \cdot t + \rho \cdot \operatorname{tg} \theta \cdot \omega_1 \cdot t$$

$$\dot{x}_2 = - \frac{A_1 \cdot (k_1^2 - \lambda_3^2 - k_2 \operatorname{tg} \theta) \cdot D_1}{k_2} \cos \lambda_1 \cdot t + \frac{B_1 \cdot D_1 \cdot D_2}{k_2} \cdot \lambda_1 \cdot \sin \lambda_1 \cdot t +$$

$$+ \frac{A_1 \cdot (\lambda_1^2 - k_1^2 + k_2 \operatorname{tg} \theta) \cdot D_2}{k_2} \cos \lambda_3 \cdot t - \frac{B_1 \cdot D_1 \cdot D_2}{k_2} \cdot \lambda_3 \sin \lambda_3 \cdot t + \rho \cdot \operatorname{tg} \theta \cdot \omega_1 \quad (19)$$

де  $A_1 = \frac{\omega_i - \omega_1}{\lambda_1^2 - \lambda_3^2}$ ;  $B_1 = \frac{\Sigma \varphi_i - \omega_1 \Sigma t_i}{\lambda_1^2 - \lambda_3^2}$ ;  $D_1 = (\lambda_1^2 - k_1^2)$ ;  $D_2 = (k_1^2 - \lambda_3^2)$ .

Дані рівняння використовують при моделювання сили удару. Якщо обчислення проводять для зворотної швидкості  $\omega_l < 0$ , то у вираз для  $k_1^2$  і  $k_2$  замість  $\operatorname{tg}(\theta + \nu)$  підставляють  $\operatorname{tg}(\theta - \nu)$ . Якщо удар відбувається із замикаючим профілем, то при обчисленні використовуються ці ж вирази, але замість кута  $\theta$  підставляють кут  $\theta_{зам}$ .

Результати моделювання процесу руху при ряді послідовних співударянь можна також використати при дослідженні динамічних навантажень в кулачковому механізмі.

**Сила удару** може бути визначеною за виразом  $z_{макс} \cdot c'_2$ , де  $z_{макс}$  - зближення центра ролика до робочого або замикаючого профілів відносно осі кулачкового валу, яке виникає у процесі удару.

Для розрахунку величини зближення  $z_{макс}$  використаємо рівняння (5) і (6). Характеристичне рівняння (7) має чотири визначених вище корені. Відповідно рішення рівнянь можна відобразити у наступному вигляді

$$\begin{aligned} \varphi &= C_1 + C_2 \cdot t + C_3 \cdot \sin \lambda_1 \cdot t + C_4 \cdot \cos \lambda_2 \cdot t, \\ x_2 &= C_1 \cdot \rho \cdot \operatorname{tg} \theta + C_2 \cdot \rho \cdot \operatorname{tg} \theta + C_3 \left[ \rho \cdot \operatorname{tg} \theta - I \cdot \lambda_T^2 / c'_2 \cdot \rho \cdot \operatorname{tg}(\theta + \nu) \right] \times \\ &\times \sin \lambda_1 \cdot t + C_4 \left[ \rho \cdot \operatorname{tg} \theta - I \cdot \lambda_T^2 / c'_2 \cdot \rho \cdot \operatorname{tg}(\theta + \vartheta) \right] \cos \lambda_2 t \end{aligned} \quad (20)$$

Визначаючи постійні інтегрування при наступних початкових умовах  $\varphi = 0|_{t=0}$ ,  $\dot{\varphi} = \omega_y|_{t=0}$ ,  $x_2 = 0|_{t=0}$ ,  $\dot{x}_2 = V_{2y}|_{t=0}$  знаходимо

$$z = \varphi \cdot \rho \cdot \operatorname{tg} \theta - x_2 = (\omega_y \cdot \rho \cdot \operatorname{tg} \theta - V_{2y}) \cdot \sin(\lambda_1 \cdot t) / \lambda_T. \quad (21)$$

Найбільше зближення при ударі буде рівним

$$z_{макс} = (\omega_y \cdot \rho \cdot \operatorname{tg} \theta - V_{2y}) / \lambda_T.$$

Звідси сила удару

$$P_{y\delta} = (\omega_y \cdot \rho \cdot \operatorname{tg} \theta - V_{2y}) \cdot c'_2 / \lambda_T. \quad (22)$$

Підставляючи отримані в процесі моделювання значення для ряду послідовних співударянь, знайдемо силу удару.

Згідно алгоритму було проведено моделювання процесів співударяння при зміні початкових параметрів в наступних межах:  $\omega_l = 0,5-5$ ;  $e = 0,03-0,5$ ;  $m = 0,86-1,6$  кг сек. /м;  $c_2 = (1-10) \times 10^5$  Нм;  $\omega_l = 10-31,4$ ;  $e = 0,2$ ;  $\theta = 45$ ;  $r_{min} = 0,112$  м;  $r_{max} = 0,147$  м;  $r_p = 0,025$  м;  $e_p = 0,05$  м;  $\Delta = 0,0001-0,0005$  м;  $\chi = 0,2$ .

Розрахунки проводили для трьох найбільш поширених ЗПР [5]. Величина коефіцієнту відновлення після удару була прийнята близькою до встановленої для зубчастих коліс.

#### 4. ВИСНОВОК

Моделювання показало, що сила удару досягає найбільшого значення при першому співударянні, що дозволяє визначати силу удару ще перед міцністним розрахунком при проектуванні механізму.

*1. И.М. Кучер. Металлорежущие станки. Основы конструирования и расчета. Машиностроение, 1989, 378 с. 2. Вульфсон И.И. Динамические расчеты цикловых механизмов. Л., Машиностроение, 1976, 328 с. 3. Полодов О.М. Механіка поліграфічних і пакувальних машин. Львів: УАД, 2005. 177 с. 4. Стеців Б.С. Умови виникнення віброударного режиму роботи механізму графійок. //Поліграфія і видавнича справа №36 2000. С 44-49. 5. Тир К.В. Механика полиграфических автоматов. М., Машигиз. 1965. 495 с.*